

Modulo-Arithmetik als zyklisch gerichtete Addition: Ein strukturelles Bindeglied zwischen linearer Additionsreduktion und REIST

Author: Rudolf Stepan
ORCID: 0009-0004-2842-2579
Affiliation: Independent Researcher
Released: 2025

Abstract

Die klassische Modulo-Arithmetik wird traditionell als Restbildung nach Division verstanden und damit als eigenständige Operation behandelt. Dieses Paper zeigt, dass Modulo-Arithmetik keine eigene Operation ist, sondern eine Folge gerichteter Addition in einem zyklischen Raum. Diese Sichtweise integriert Modulo-Arithmetik in das Signed Addition Framework (SAF), das alle Grundoperationen auf Addition und Vorzeichensemantik zurückführt. Zugleich wird sichtbar, dass die Repräsentation von Resten im Bereich $[0, n-1]$ eine asymmetrische, historisch gewachsene Konvention ist, die die natürliche Symmetrie zyklischer Räume zerstört. Die REIST Division stellt eine logisch notwendige Erweiterung dar, die diese Symmetrie wiederherstellt und negative Reste konsistent integriert.

1. Einleitung

Moderne Arithmetik wird traditionell in mehrere Operationen segmentiert: Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division und Modulo. In On the Reduction of Arithmetic Operations to Signed Addition wurde gezeigt, dass die vier Grundoperationen auf ein einziges Prinzip zurückgeführt werden können: gerichtete Addition kombiniert mit Vorzeichenlogik. Dieses Paper untersucht, ob auch Modulo-Arithmetik auf dieses Grundprinzip reduzierbar ist.

2. Modulo als zyklische Projektion gerichteter Addition

Die Modulo-Arithmetik entsteht, wenn die Zahlengerade zu einem Ring zusammengerollt wird. Die Addition bleibt unverändert; lediglich der Raum wird zyklisch projiziert.

3. Vorzeichen und Richtung im zyklischen Raum

Vorzeichenlogik bleibt erhalten: positive Schritte bewegen sich im Uhrzeigersinn, negative Schritte dagegen.

4. Iteration im Ringraum

Multiplikation und Division mod n bleiben iterative Additionen bzw. inverse Wiederholungen, lediglich im ringförmigen Raum projiziert.

5. Die asymmetrische Restdarstellung

Das klassische Intervall $[0, n-1]$ ist eine historisch gewachsene Konvention und zerstört die natürliche Symmetrie des Rings.

6. Verbindung zum REIST-Framework

REIST erweitert die Modulo-Arithmetik zu einer symmetrischen Restdarstellung und stellt die korrekte Richtungslogik zyklischer Räume wieder her.

7. Schlussfolgerungen

Modulo-Arithmetik ist reine gerichtete Addition im zyklischen Raum. Das Paper bildet das konzeptionelle Bindeglied zwischen linearer Additionsarithmetik und symmetrischer zyklischer Arithmetik im REIST-Framework.

Diagramme

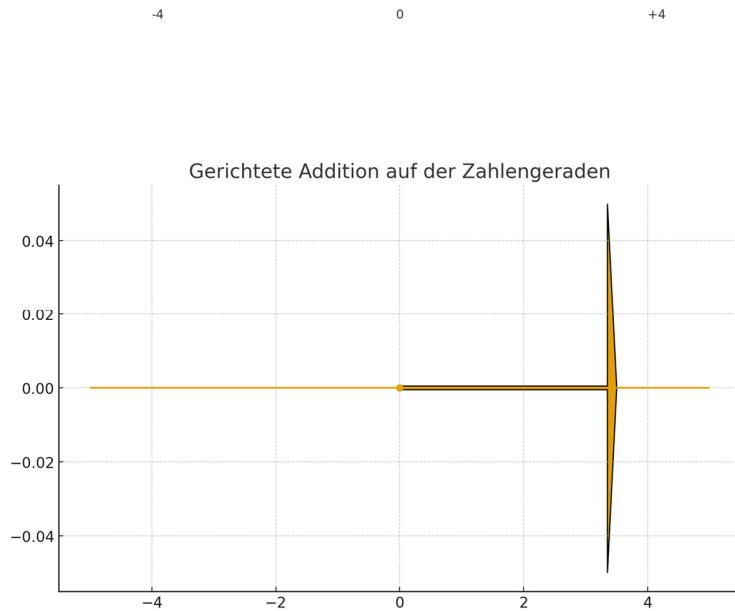


Abbildung 1. Zahlengerade (lineare Addition)

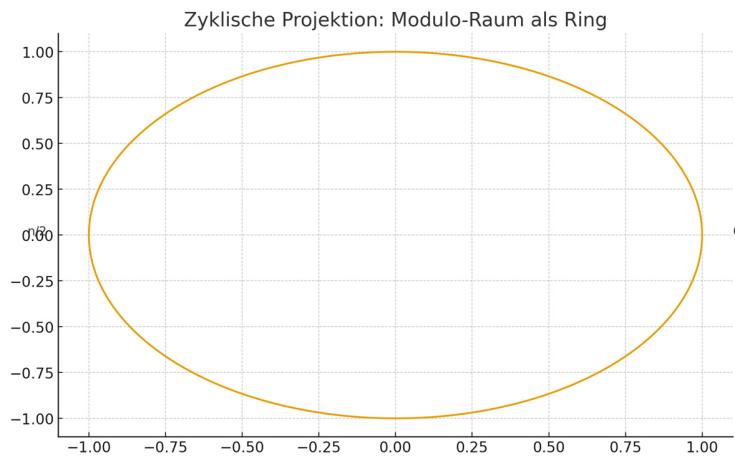


Abbildung 2. Ringstruktur (Modulo)

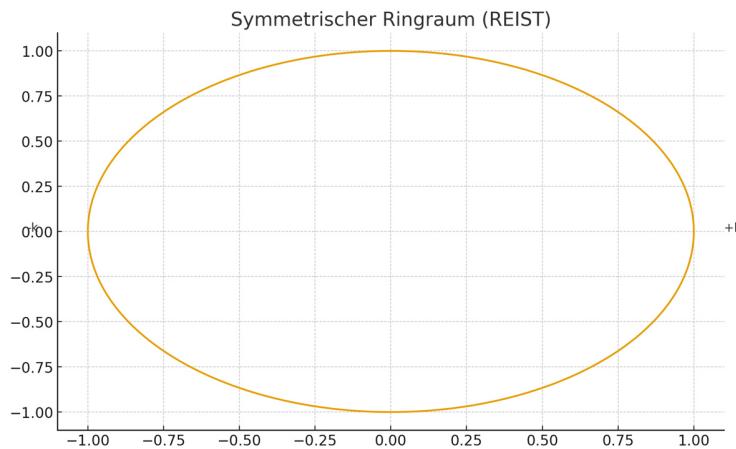


Abbildung 3. Symmetrischer Ring (REIST)

Referenzen

- Stepan, R. (2025). On the Reduction of Arithmetic Operations to Signed Addition. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.17642592>
- Stepan, R. (2025). REIST Division: A Mathematical and Applied Framework for Negative Remainder Division and Process Optimization. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.17755531>