

Division durch Null – Eine geometrische und transformationale Erweiterung der Arithmetik

Rudolf Stepan

03.11.2025

Abstract

Diese Arbeit präsentiert eine neue geometrisch-transformationale Sichtweise auf die Division durch Null. Anstatt die Operation als undefiniert zu verwerfen, wird sie als Projektion eines Wertes aus der klassischen xy -Ebene in eine zusätzliche Dimension interpretiert. Die Null fungiert hierbei als Übergangsebene oder Spiegel zwischen den Dimensionen. Der Betrag des Wertes bleibt erhalten, die Form wird transformiert. Diese Sichtweise ermöglicht eine konsistente, erweiterte Arithmetik.

1. Einleitung

In der klassischen Mathematik ist die Division durch Null nicht definiert, da sie kein wohldefiniertes Ergebnis im reellen oder komplexen Zahlenraum liefert. In der vorliegenden Theorie wird dieses Problem geometrisch interpretiert: Die Division durch Null ist kein Fehler, sondern ein Übergang in eine höhere Raumdimension.

2. Klassische Problematik

Für einen Ausdruck a / b mit $b \neq 0$ ergibt sich ein Verhältnis innerhalb der xy -Ebene. Wenn b gegen Null geht, divergiert der Ausdruck gegen $\pm\infty$. Diese divergierenden Kurven bilden symmetrische Betragsgrenzen um die Nullachse. Die hier vorgestellte Theorie interpretiert diesen Zustand als geometrischen Grenzübergang – nicht als arithmetische Singularität.

3. Geometrische Interpretation

Die Division durch Null wird als Projektion verstanden. Für $b = 0$ verlässt der Wert a die xy -Ebene und wird entlang einer orthogonalen Achse (z -Achse) abgebildet. Das Ergebnis wird als unkomplexe Zahl ω bezeichnet, wobei ihr Betrag gleich dem ursprünglichen $|a|$ bleibt.

Formelbeispiel:

$$a / 0 \rightarrow \omega \text{ mit } ||\omega|| = |a|$$

[Abbildung 1 – Asymptoten und Projektion auf die Z -Achse – Platzhalter]

4. Der Null-Spiegel

Die Null fungiert in dieser Sichtweise als Spiegel. Teilen durch Null bedeutet, dass ein Wert die Null-Ebene durchdringt und auf der anderen Seite als transformierter Zustand erscheint. Das klassische Koordinatensystem ist somit nur eine Projektion eines höherdimensionalen Prozesses.

[Abbildung 2 – Der Null-Spiegel und die Reflexion in den Z -Raum – Platzhalter]

5. Multiplikation mit Null

Während die klassische Multiplikation mit Null zur Auslöschung führt ($a \cdot 0 = 0$), wird sie hier als Rückprojektion interpretiert. Sie projiziert Werte aus der höheren Dimension zurück in die xy -Ebene. Befindet sich der Wert auf der Z -Achse, tritt dabei ein Informationsverlust auf – ähnlich der Projektion einer Hypersphäre, deren vierte Dimension im Schatten verschwindet.

Formelbeispiel:

$$\omega \cdot 0 \rightarrow \pi(a) \text{ mit } |\pi(a)| \leq |a|$$

[Abbildung 3 – Rückprojektion und Informationsverlust – Platzhalter]

6. Formale Struktur

Zur formalen Beschreibung werden zwei Operatoren eingeführt: 1. $\text{LIFT}(a) = \omega \blacksquare \rightarrow$ Projektion in die Z-Dimension 2. $\text{PROJ}(\omega \blacksquare) = \pi(a) \rightarrow$ Rückprojektion in den Realraum 3. $||\omega \blacksquare|| = |a| \rightarrow$ Betragserhaltung 4. $\text{PROJ}(\text{LIFT}(a)) \approx a \rightarrow$ Umkehrbarkeit im Grenzfall

[Abbildung 4 – Operatoren LIFT und PROJ – Platzhalter]

7. Diskussion und Ausblick

Diese Theorie erlaubt es, Gleichungen, die in der klassischen Mathematik als unlösbar gelten, neu zu interpretieren. Sie verbindet algebraische und geometrische Konzepte und öffnet die Möglichkeit, reelle und unkomplexe Zahlen innerhalb eines gemeinsamen Rahmens zu betrachten. Zukünftige Arbeiten könnten untersuchen, wie diese Struktur mit totalisierten Feldern (Meadows) formal kompatibel ist.

8. Literatur

Bergstra, J. A., & Middelburg, C. A. (2014). Division by Zero in Non-Involutive Meadows. arXiv:1406.2092 [math.RA]. Stepan, R. (2025). Division durch Null – Eine geometrische und transformationale Erweiterung der Arithmetik. Eigene Untersuchung.